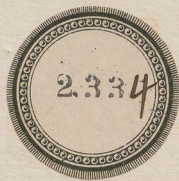


THE ECONOMY OF THE UNITED STATES
BY J. H. COOPER
IN TWO VOLUMES
VOLUME I
NEW YORK
PUBLISHED BY
J. H. COOPER
1850

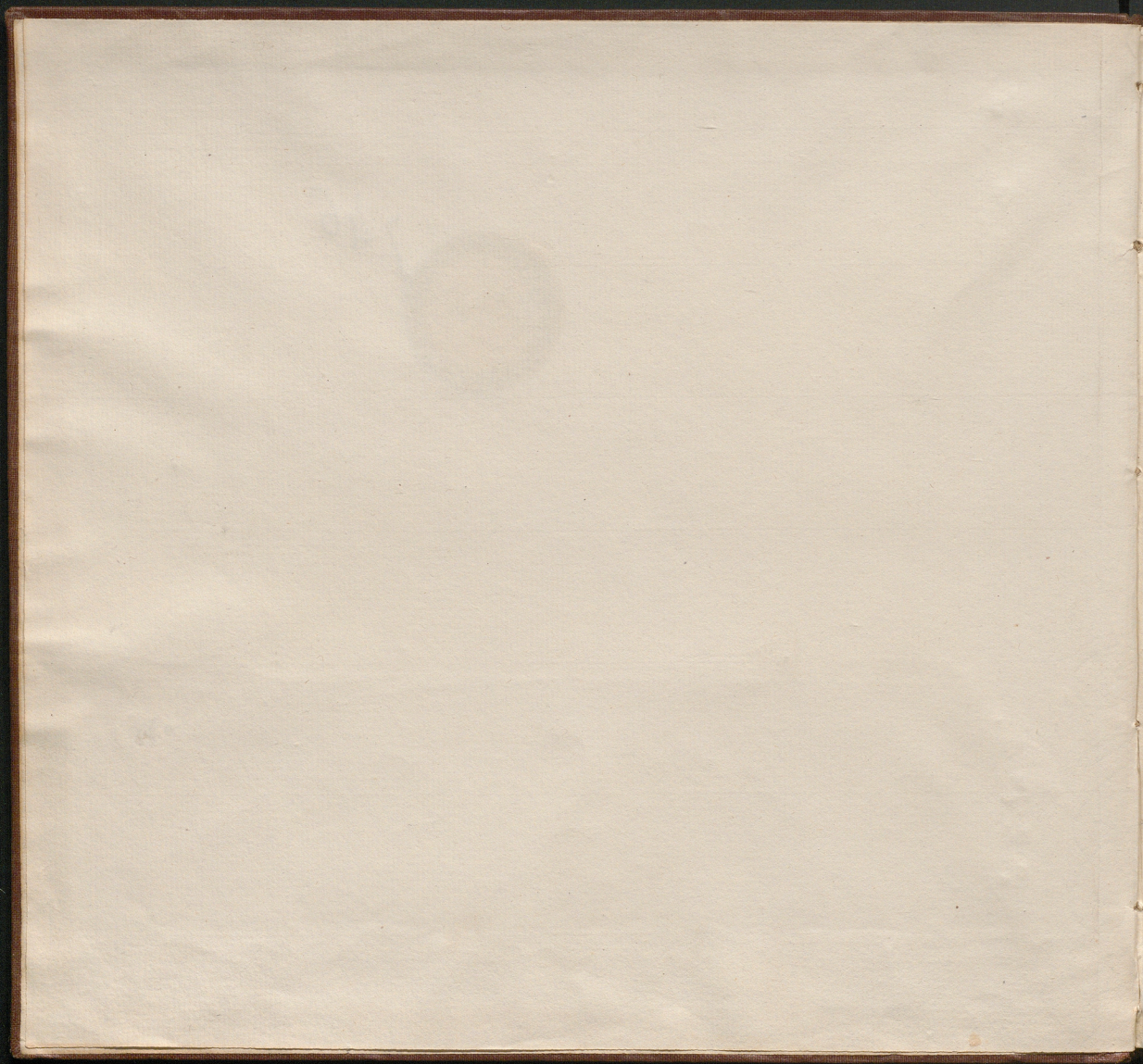


S

2334

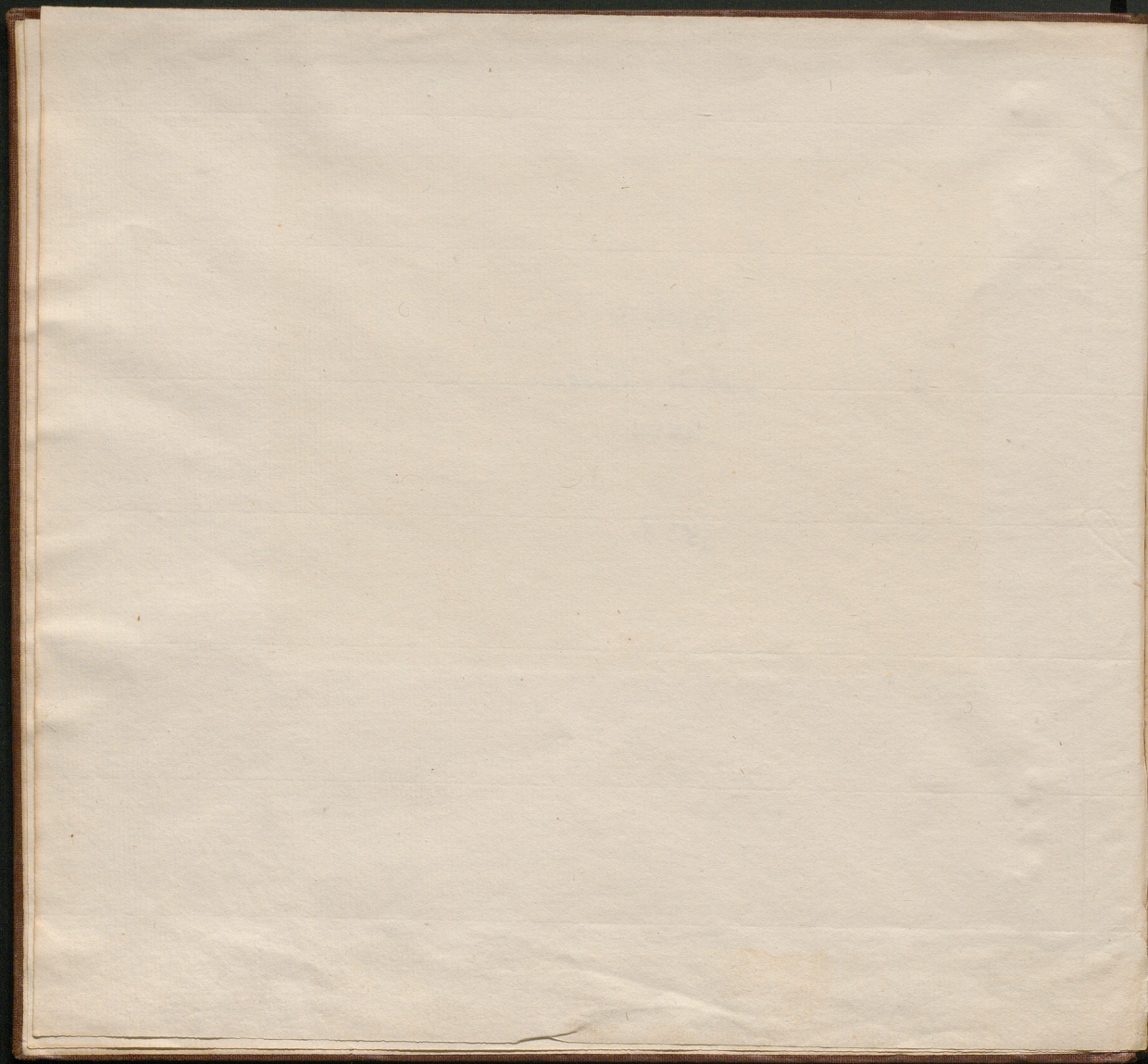


746



Laplace
methode astronom.
lettres.

18^e f.

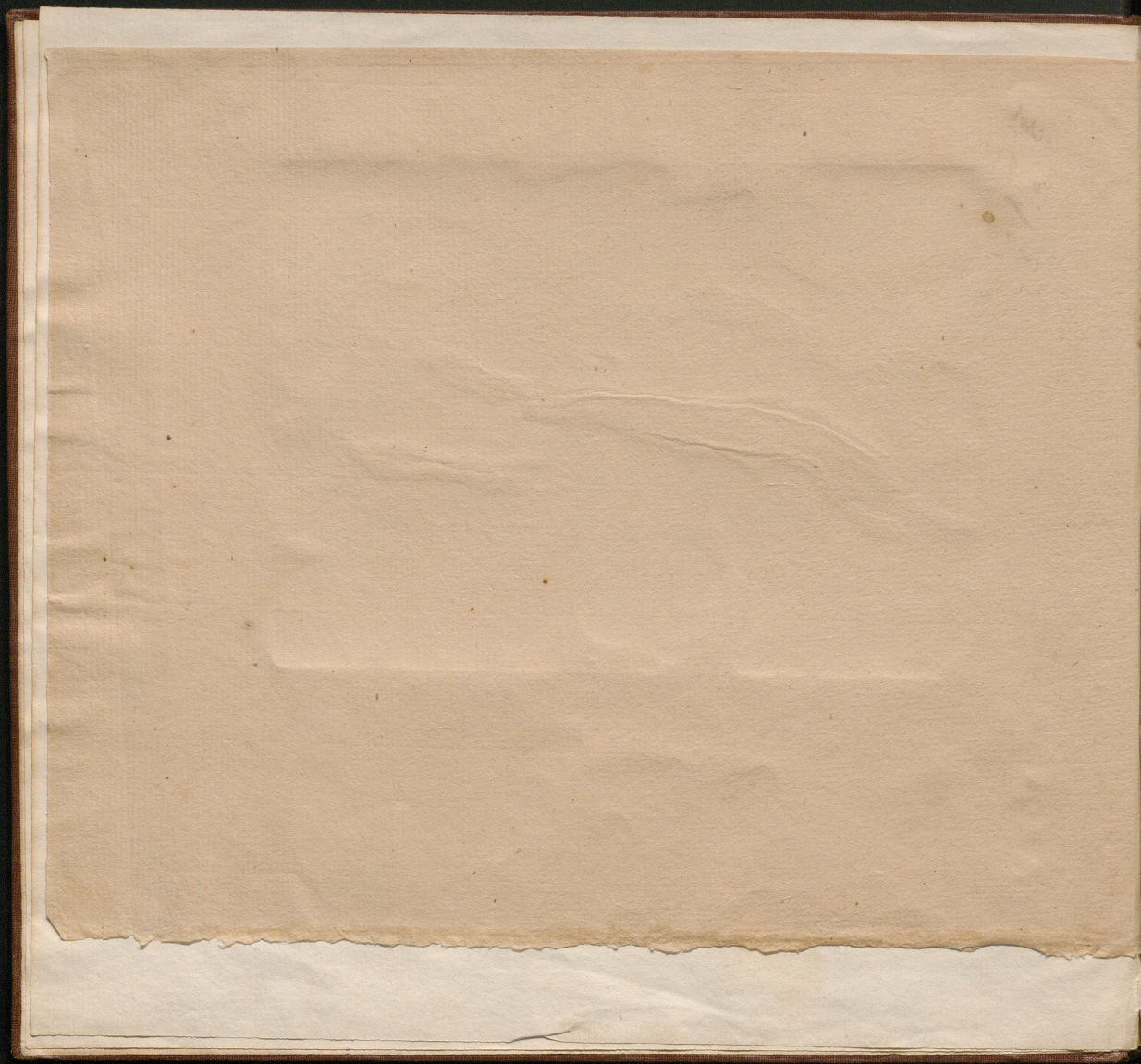


V^F 4^o

ms. autogr. de Laplace.

(extrait des papiers de D'ingré)

18^e 8.



Methode

V^F 4^e

4

pour determiner les orbites des Cometes.

On choisira trois, ou quatre, ou cinq, &c. observations d'une comete, également éloignées, les une des autres, autant qu'il sera possible, & pour la commodité du calcul on les reduira toutes à la même heure du jour, & au même lieu. ce sera quoique cela ne soit pas absolument necessaire. On pourra se contenter, avec quatre observations, d'un intervalle de 30°; avec cinq observations, d'un intervalle de 36°, ou 40°, & ainsi du reste; mais il faudra toujours que l'intervalle compris entre les observations soit d'autant plus grand, qu'elles sont un plus grand nombre, afin de diminuer l'influence de leur erreur, & de les rendre plus précises.

Soient C, C', C'', C''' &c. les ascensions droites successives de la comete. r, r', r'', r''' &c. les déclinaisons boreales correspondantes, les déclinaisons australes devant être supposées négatives; on divisera la différence $C'-C$, par le nombre des jours qui séparent la première de la seconde observation; on divisera pareillement la différence $C''-C'$ par le nombre des jours qui séparent la troisième de la seconde observation; on divisera encore la différence $C'''-C''$ par le nombre des jours qui séparent la quatrième de la troisième observation, & ainsi de suite. Soit $S_C, S_{C'}, S_{C''}, S_{C'''}$ &c. la suite de ces quotients.

On divisera la différence $S_{C'}-S_C$ par le nombre des jours qui séparent la troisième de la première observation; on divisera pareillement la différence $S_{C''}-S_{C'}$ par le nombre des jours qui séparent la quatrième de la seconde observation; on divisera encore la différence $S_{C'''}-S_{C''}$ par le nombre des jours qui séparent la cinquième de la troisième observation, & ainsi du reste. Soit $S^2_C, S^2_{C'}, S^2_{C''}, S^2_{C'''}$ &c. la suite de ces quotients.

On divisera la différence $S^2_{C'}-S^2_C$ par le nombre des jours qui séparent la quatrième de la première observation; on divisera pareillement la différence $S^2_{C''}-S^2_{C'}$ par le nombre

manuscrit
de la place
1-7.



édit. 1859

q. 1.
p. 236

hist. de l'acad.

des sciences

1780

p. 51 (VII)

p. 68

avec des changements
notables, surtout
dans le détail
de 1780 on
n'en voit pas
parlé de
la comete
de 1772

de jours qui se passent la conjonction de la seconde observation, & ainsi de suite. Soit S^3P S^3P' S^3P'' &c. la suite de ces quotiens; on continuera ainsi jusqu'à ce que les puissances a former $S^{n-1}P$, n, étant le nombre des observations employées. cela fait.

On prendra une époque moyenne ou époque moyenne entre les instans des deux observations choisies & on nommera i, i', i'', i''' &c. les nombres de jours dont elle précède chaque observation, i, i', i'', i''' &c. devant être supposés négatifs pour toutes les observations antérieures à cette époque; l'ascension droite de la comète, pour un nombre, ζ , de jours (comptés) depuis l'époque, sera représentée par la formule,

$$\zeta - i \cdot S^1P + i' \cdot S^1P' - i'' \cdot S^1P'' + i''' \cdot S^1P''' - \dots + i^{n-1} \cdot S^{n-1}P - i^{n-1}' \cdot S^{n-1}P' + i^{n-1}'' \cdot S^{n-1}P'' - \dots + i^{n-1} \cdot S^{n-1}P - \dots$$

$$+ \zeta^2 \cdot \left\{ S^2P - (i+i') \cdot S^2P + (i' + i'' + i''') \cdot S^2P - (i''i'' + i''i''' + i''i'''' + i''i''''') \cdot S^2P \right\}$$

les coefficients de $-S^1P, +S^1P', -S^1P'',$ &c. dans la partie indépendante de ζ , sont 1^o. le nombre i ; 2^o. le produit des deux nombres i , & i' ; 3^o. le produit des trois nombres i, i', i'' ; &c.

Les coefficients de $-S^2P, +S^2P', -S^2P'',$ &c. dans la partie multipliée par ζ , sont 1^o. la somme des deux nombres i , & i' ; 2^o. la somme des produits deux à deux des trois nombres i, i', i'' ; 3^o. la somme des produits trois à trois des quatre nombres i, i', i'', i''' ; &c.

Les coefficients de $-S^3P, +S^3P', -S^3P'',$ &c. dans la partie multipliée par ζ^2 , sont 1^o. la somme des trois nombres i, i', i'' ; 2^o. la somme des produits deux à deux des quatre nombres i, i', i'', i''' ; 3^o. la somme des produits trois à trois des cinq nombres i, i', i'', i''', i'''' ; &c.

En opérant de la même manière sur les déclinaisons de la comète, la déclinaison après le nombre ζ , de jours depuis l'époque sera représentée par la formule suivante.

$$Y - i \cdot \sqrt{Y} + i^2 \cdot \sqrt[3]{Y} - i^3 i^4 \cdot \sqrt[4]{Y} + i^4 i^5 i^6 \cdot \sqrt[5]{Y} - \dots$$

3

$$+ \sqrt[3]{Y} \left\{ \sqrt{Y} - (i+i^2) \cdot \sqrt[3]{Y} + (i^2+i^3+i^4) \cdot \sqrt[4]{Y} - (i^3+i^4+i^5+i^6+i^7) \cdot \sqrt[5]{Y} \right\} - \dots$$



$$+ \sqrt[4]{Y} \left\{ \sqrt[3]{Y} - (i+i^2+i^3) \cdot \sqrt[4]{Y} + (i^2+i^3+i^4+i^5+i^6+i^7+i^8) \cdot \sqrt[5]{Y} - \dots \right\}$$

On supposera ensuite $\sqrt[3]{Y}$ égal à un petit nombre de jours, de manière que les termes multipliés par $\sqrt[3]{Y}$ ne montent qu'à un petit nombre de minutes, par ex. à quatre ou cinq minutes; soit q , ce nombre de jours; on fera successivement $\sqrt[3]{Y} = -q$, $\sqrt[3]{Y} = 0$, & $\sqrt[3]{Y} = q$; on aura ainsi trois arcs ou trois droites & trois déclinaisons correspondantes, de la comète éloignée l'un de l'autre d'un même intervalle de temps. on pourra pour plus de simplicité fixer l'époque à l'instant de l'observation moyenne, si le nombre des observations employées est impair, ce qui donne $i=0$, & ce qui simplifie par conséquent les formules précédentes. cela posé; au moyen des trois arcs ou trois droites, & des trois déclinaisons, on calculera séparément les trois longitudes & les trois latitudes correspondantes en ayant soin de porter la précision jusqu'aux secondes, soient α , α' , α'' les trois longitudes, & δ , δ' , δ'' les trois latitudes, les latitudes australes devant être supposées négatives. on réduira en secondes la quantité $\frac{\alpha' - \alpha}{19}$, & du logarithme de ce nombre de secondes, on recherchera le logarithme 3, 5500081; on aura le logarithme d'un nombre que nous désignerons par a . On réduira pareillement en secondes, la quantité $\frac{\alpha' - \alpha + \alpha''}{19}$, & du logarithme de ce nombre de secondes, on recherchera le logarithme 1, 7855911; on aura le logarithme d'un nombre que nous désignerons par b . On réduira encore en secondes, la quantité $\frac{\delta' - \delta}{19}$, & on recherchant du logarithme de ce nombre ^{de secondes} le logarithme 3, 5500081, on aura le logarithme d'un nombre que nous désignerons par c .

enfin, on réduira en secondes, la quantité $\frac{a'-20+a}{9}$, & en retranchant du logarithme de ce nombre de secondes, le logarithme $1,7855911$; on aura le logarithme d'un nombre que nous désignerons par l .

C'est de la précision des valeurs de a , b , h , & l , que dépend l'exactitude des résultats — Suivant & comme leur formation est très simple, il faut choisir & multiplier les observations, de manière à les obtenir avec autant de rigueur que les observations le comportent.

Pour éclaircir ce que nous venons de dire par un exemple, nous choisirons la comète de 1773. dont les observations faites par M. Le Monnier sont consignées dans le volume des mémoires de l'Académie pour l'année 1774. se réduisant à 17 heures pour moyen & puis, les observations du 13. oct. du 31. oct. du 25. nov. & du 14. Decem. 1773. on a l'ascension droite de la comète

Declinaison boréale

13. oct.	154° 21' 40".	7° 2' 30"
31. oct.	165° 45' 52".	13° 33' 15"
25. nov.	180° 33' 51".	23° 47' 45"
14. Decem.	190° 31' 33".	32° 43' 13"

On combine de ces observations

$$s^{\circ}b = 2280", 7; \quad s^{\circ}b' = 2131", 2; \quad s^{\circ}b'' = 1887", 2$$

$$s^{\circ}b = -3", 4767; \quad s^{\circ}b' = -5", 5387$$

$$s^{\circ}b = -0", 0326.$$

en prenant ensuite pour époque, le 13. nov. à 17 heures pour moyen, on aura

$$i = -31; \quad i' = -13; \quad i'' = 12; \quad i''' = 31.$$

La formule qui exprime l'ascension droite après le nombre j , de jours comptés depuis l'époque, sera donc,

$$173^{\circ} 39' 21'' + 2131'', 77 - 4'', 541.7^2$$

on trouve paraitement que la déclinaison sera exprimée par la formule

$$18^{\circ} 41' 11'' + 1477'', 77 + 4'', 4748.7^2$$

en faisant successivement dans ces formules $7 = -6$, $7 = 0$, & $7 = 6$, on aura les trois ascensions droites, & les trois déclinaisons suivantes

ascension droite	déclinaison
$170^{\circ} 3' 26''$	$16^{\circ} 16' 5''$
$173^{\circ} 39' 21''$	$18^{\circ} 41' 11''$
$177^{\circ} 9' 49''$	$21^{\circ} 11' 40''$

En calculant ensuite les trois longitudes, & les trois latitudes correspondantes, on trouve

$$\alpha_1 = 165^{\circ} 25' 24'' ; \quad \delta_1 = 11^{\circ} 0' 34''$$

$$\alpha = 166^{\circ} 38' 26'' ; \quad \delta = 14^{\circ} 36' 32''$$

$$\alpha' = 168^{\circ} 41' 18'' ; \quad \delta' = 18^{\circ} 15' 23''$$

D'où l'on tire

$$a = 0,360605 ; \quad b = -0,277611$$

$$h = 0,612729 ; \quad l = 0,078732$$

-11-

On déterminera la longitude de la face vis du soleil, à l'instant que l'on a choisi pour époque. Soit, A cette longitude; R , la distance correspondante de la face au soleil. & R' , la distance qui répond à la longitude $A + 90^{\circ}$ de la face. on formera les trois équations

$$x^2 = \frac{x^2}{(\cos A)^2} + 2Rx. (\cos(A-\alpha)) + R^2 ; \quad (1)$$

$$y = \frac{R \cdot \sin(A-\alpha)}{2a} \cdot \left\{ \frac{1}{R^3} - \frac{1}{r^3} \right\} - \frac{6x}{2a}$$

oufin, ou

ce nom

que non

(est de

suivant

raison

pu

de 117,

des me

par,

$$r = y^2 + a^2 x^2 + \left(y \cdot \tan \theta + \frac{h x}{\cos \theta} \right)^2$$
$$+ r y \cdot \left\{ (R'-1) \cdot \cos(A-\alpha) - \frac{\sin(A-\alpha)}{R} \right\} \quad (3)$$
$$+ r a x \cdot \left\{ (R'-1) \cdot \sin(A-\alpha) + \frac{\cos(A-\alpha)}{R} \right\} + \frac{1}{R^2} - \frac{2}{R}$$

pour fin de ces équations, les valeurs des trois inconnues x , y , & r , il sera beaucoup plus commode d'employer au lieu des coefficients connus, leur logarithme. on fera une première supposition pour x ; on le supposera par ex. égal à l'unité, & l'on en tirera au moyen des deux équations (1) & (2) les valeurs de r , & de y ; on substituera ensuite ces valeurs dans l'équation (3) & si le reste est nul, ce sera une preuve que la valeur de x , a été bien choisie; mais si ce reste est négatif, on augmentera la valeur de x , & on la diminuera si le reste est positif. on aura ainsi au moyen d'un petit nombre d'essais, les véritables valeurs de x , y , & r . mais comme ces inconnues peuvent être susceptibles de plusieurs valeurs, il faudra choisir celle qui satisfait exactement ou à-peu-près à l'équation

$$y = -x \cdot \left\{ h \cdot \tan \theta + \frac{1}{2h} + \frac{a^2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{2h} \right\} + \frac{R \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{2h} \cdot \cos(A-\alpha) \cdot \left\{ \frac{1}{R^3} - \frac{1}{R} \right\} \quad (4)$$

il faudra vague employer cette équation de préférence à l'équation (2), si l'on a $\frac{h}{a} > \frac{a}{h}$; & alors ce sera l'équation (2) qui servira de vérification.

ayant ainsi les valeurs de x , y , & r , on formera la quantité

$$D = \frac{x}{\cos \theta} \cdot \left\{ y + h x \cdot \tan \theta \right\} + R y \cdot \cos(A-\alpha)$$
$$+ x \cdot \left\{ (R'-1) \cdot \cos(A-\alpha) - \frac{\sin(A-\alpha)}{R} \right\} + R a x \cdot \sin(A-\alpha) + R \cdot (R'-1)$$

la distance perihélie D de la comète sera

$$D = r - \frac{1}{2} p^2.$$

le cosinus de l'innovation, v. de la comète, sera

$$\cos v = \frac{20}{1} - 1.$$

Dou l'on conclura par la table du mouvement des comètes, le tems employé à parcourir l'angle v; & pour avoir l'instant de son passage par le perihélie il faudra ajouter ce tems à l'époque, si p. est négatif, & le soustraire, si p. est positif, ~~parce~~ parce que dans le ^{second} premier cas, la comète a déjà passé par son perihélie, & que dans le ^{premier} second cas, elle s'en approche.

relativement à la comète de 1773. l'époque étant fixée comme ci dessus, au 13. nov. à 17 heures feux moyen, on a

$$A = 52^{\circ} 11' 8''$$

$$R = 0,98837$$

$$R' = 0,98816$$

les équations (1) (2) & (3) deviennent

$$x^2 = 1,06494 \cdot x^2 - 0,818337 \cdot x + 0,976877$$

$$y = -1,29204 + 0,384923 \cdot x + \frac{1,24749}{x^3}$$

$$0 = y^2 + 0,130036 \cdot x^2 + \{0,260646 \cdot y + 0,654355 \cdot x\}^2 \\ + 1,85179 \cdot y - 0,294309 \cdot x + 1,02367 - \frac{2}{x}$$

je trouve avec peu d'erreur

$$x = 1,60815$$

$$y = -0,34113$$

$$\log. r = 0,1905079$$

ces valeurs satisfaisant à trois peupies à l'équation (4) j'en conclus qu'elles doivent

h

[4967.]

on fin
ce non
que n
C'est
Suiva
vati

estie adoptée: je forme donc a leur moyen la quantité p , & je trouve

$$p = 9,9448$$

$$D = 1,00434$$

$$v = 64^{\circ} 53' 19''$$

de l. 1
des m
pari

le signe de p . étant positif, la Comète a desja passé par son périhélie: d'où je conclus que ce passage a eu lieu le 5. Septembre a 21 heures 14' heures moyen a par.

. III.

On choisira trois observations éloignées de la comète, en partant ensuite de la distance périhélie, on de l'instant du passage de la comète par ce point déterminé, par ce qui précède, on calculera facilement les trois anomalies de la comète, & les trois rayons vecteurs correspondans aux instans des trois observations, soient v, v', v'' ces anomalies, celles qui font de côté d'efforts du périhélie, doivent être supposées de signe contraire. soient encore r, r', r'' les rayons vecteurs correspondans de la comète, on aura les angles compris entre r, r' , & entre r, r'' , en joignant l'une de l'autre, les anomalies correspondantes. soit v , le premier de ces angles & v' , le second. Montrons encore $\alpha, \alpha', \alpha''$ les trois longitudes géocentriques observées de la comète, $\theta, \theta', \theta''$ les trois latitudes géocentriques, C, C', C'' les trois longitudes correspondantes du soleil, R, R', R'' les trois distances a la terre. β, β', β'' les trois longitudes héliocentriques de la comète, & $\omega, \omega', \omega''$ les trois latitudes héliocentriques, cela posé.

On imaginera la lettre S. au centre du soleil; la lettre T, au centre de la terre. la lettre C. au centre de la comète, & la lettre C', a la projection sur le plan de l'écliptique, on aura l'angle STC' , en prenant la différence des longitudes géocentriques de la comète & du soleil, en joignant ensuite le cosinus de cet angle avec celui de la latitude géocentrique θ , de la comète, on aura le cosinus de l'angle STC . dans le triangle rectiligne STC , on connaîtra donc l'angle STC , le côté ST , ou R , & le côté SC , ou r ; on aura ainsi par les angles

par la règle de la trigonometrie rectiligne, l'angle CST; on aura ensuite la latitude
héliocentrique ω , de la comète, au moyen de l'équation

$$\sin \omega = \sin \beta \cdot \sin \text{CST}$$

L'angle TSC' est la cote d'un triangle sphérique rectangle dont l'hypoténuse est l'angle
TSC, dont un des côtés est l'angle ω . D'où l'on tire aisément TSC', & par conséquent
la longitude héliocentrique β' de la comète. on aura de la même manière α' , β' , α'' &c.
~~les valeurs de β' , β'' feront aisément, si le mouvement de la comète est direct~~
~~ou rétrograde.~~
En considérant les deux arcs de latitude ω & ω' réunis au pôle de l'écliptique, ils y formeront
un angle égal à $\beta' - \beta$. & dans le triangle sphérique formé par cet angle, & par les côtés, $90^\circ - \omega$,
& $90^\circ - \omega'$, le côté opposé à l'angle, $\beta' - \beta$, sera l'angle ou solait compris entre les deux rayons
vecteurs r , & r' . on déterminera facilement ce côté par l'analogie Connue de la trigonome-
trie sphérique, ou par la formule suivante

$$\cos V = (\cos(\beta' - \beta) \cdot \cos \omega \cdot \cos \omega' + \sin \omega \cdot \sin \omega')$$

dans laquelle, V , représente ce côté. en nommant pareillement, V' l'angle formé par les
deux rayons vecteurs r , & r'' , on aura

$$\cos V' = (\cos(\beta'' - \beta) \cdot \cos \omega \cdot \cos \omega'' + \sin \omega \cdot \sin \omega'')$$

maintenant si la distance périhélie, & l'instant du passage de la comète par ce point, étoient
exactement connus, on auroit

$$V = U, \quad \text{et} \quad V' = U'$$

mais comme cela n'arrivera presque jamais, on supposera

$$m = U - V \quad ; \quad n = U' - V'$$

on fera ensuite une seconde hypothèse dans laquelle en conservant le même instant du
passage par le périhélie, on fera varier la distance périhélie, d'une petite quantité, par ex. de la

50^{ème} partie de la valeur, & l'on cherchera dans cette hypothèse, la valeur de $U-V$, & de $U'-V'$.
Soit alors

$$m' = U - V ; \quad n' = U' - V'$$

Enfin on formera une troisième hypothèse dans laquelle en conservant la même distance parabolique que dans la première, on fera varier d'un jour ou de deux l'instant du passage par le périhélie; on cherchera dans cette nouvelle hypothèse, les valeurs de $U-V$, & de $U'-V'$; soit dans ce cas

$$m'' = U - V ; \quad n'' = U' - V'$$

Cela posé si l'on suppose, u , le nombre par lequel on doit multiplier la variation supposée d'un
la distance parabolique pour avoir la véritable, & t , le nombre par lequel on doit multiplier la variation
supposée dans l'instant du passage par le périhélie, pour avoir ce véritable instant, ou aux deux
équations

$$u \cdot (m - m') + t \cdot \frac{(m - m')}{(n - n')} = m$$

$$u \cdot \frac{(n - n')}{(m - m')} + t \cdot (n - n') = n$$

$$t = \frac{m - u(m - m')}{m - m'} = \frac{n - u(n - n')}{n - n'} \quad m(n - n') - n(m - m') = u(m - m')(n - n') - u(m - m')(n - n')$$

$$u = \frac{(m - m')(n - n') - n(m - m')}{(m - m')(n - n') - (m - m')(n - n')}$$

D'où l'on tire u , & t , par conséquent, la distance parabolique corrigée & le véritable instant du passage
de la comète par ce point.

Si l'on nomme j , la portion d'arc qui seoit ascendant j' le mouvement de la comète tout droit,
& q , l'inclinaison de l'orbite, on aura

$$\text{tang. } j = \frac{\text{tang. } \omega' \cdot \sin \beta - \text{tang. } \omega \cdot \sin \beta'}{\text{tang. } \omega' \cdot \cos \beta - \text{tang. } \omega \cdot \cos \beta'}$$

$$\text{tang. } q = \frac{\text{tang. } \omega'}{\sin(\beta' - j)}$$

$$\text{tang. } j = \frac{\text{tang. } \omega'' \cdot \sin \beta - \text{tang. } \omega \cdot \sin \beta''}{\text{tang. } \omega'' \cdot \cos \beta - \text{tang. } \omega \cdot \cos \beta''}$$

$$\text{tang. } q = \frac{\text{tang. } \omega''}{\sin(\beta'' - j')}$$

pour déterminer les angles j , & q , d'après ces formules, supposons que l'on se serve des

deux derniers: il est visible que le tangente de j , peut également appartenir aux deux angles i & $180^\circ + i$. i , étant le plus petit des angles positifs aux quels elle pourra appartenir. pour déterminer le quel de ces deux angles il faut employer, on observera que φ , & $\tan \varphi$, doivent être positifs, & qu'ainsi $\sin(C''-j)$, doit être de même signe que tang φ : cette condition déterminera l'angle j , & cet angle sera la position du nœud ascendant si le mouvement de la comète est direct; mais, si ce mouvement est rétrograde, il faut ajouter 180° à la position précédente.

L'hypoténuse du triangle sphérique rectangle dont $C''-j$, & φ , sont les côtés, est la distance de la comète au nœud dans la troisième observation, & la distance de cette hypoténuse à u'' , est l'intervalle entre le nœud & le périhélie; on aura donc facilement la position du périhélie.

Appliquons cette méthode à la comète de 1773. pour cela nous choisirons les trois positions suivantes de la comète, savoir celle du 13. oct. à 14 heures, temps moyen & pour celle du 30 Dec. à 12 heures, temps moyen, & celle du premier aout à midi: temps moyen. les observations donnant pour ces instans

$$\alpha = 153^\circ 40' 22'' ; \theta = -3^\circ 21' 19''$$

$$\alpha' = 176^\circ 6' 23'' ; \theta' = 43^\circ 45' 46''$$

$$\alpha'' = 137^\circ 25' 32'' ; \theta'' = 61^\circ 45' 26''$$

ou à d'ailleurs

$$C = 6^{\text{Log}} 21^\circ 7' 41'' ; \log. R = 5,9983500$$

$$C' = 9^{\text{Log}} 9^\circ 59' 3'' ; \log. R' = 5,9925630$$

$$C'' = 11^\circ 48' 36'' ; \log. R'' = 0,0002301$$

on former une première hypoténuse dans la quelle la distance périhélie est, comme

on le trouve en dessous égale à 1,10434, & l'instant du passage par ce point est le 5 septembre
à 21 heures 14' pour moyen & par; on trouvera dans cette hypothèse

$$v = 41^{\circ} 27' 0''; v' = 46^{\circ} 22' 39''; v'' = 106^{\circ} 54' 8''$$

$$\log v = 0,1012104; \log v' = 0,3175270; \log v'' = 0,4938386$$

partant

$$U = 44^{\circ} 55' 39''; U' = 65^{\circ} 30' 4''$$

$$\omega = -4^{\circ} 31' 2''; \omega' = 33^{\circ} 43' 47''; \omega'' = 49^{\circ} 28' 15''$$

$$\beta = 117^{\circ} 59' 51''; \beta' = 142^{\circ} 34' 39''; \beta'' = 161^{\circ} 5' 44''$$

ce qui donne

$$V = 44^{\circ} 44' 2''; V' = 65^{\circ} 35' 47''.$$

partant

$$m = 11' 37''; n = -5' 39''$$

La forme β' est plus grande que β , le mouvement de la comète est direct.

on formera ensuite une seconde hypothèse dans laquelle on supposera la distance
parabole égale à 1,11634, & l'instant du passage par le périhélie le même que ci-dessus.
on trouvera dans cette hypothèse

$$m' = 14' 6''; n' = 6' 11''.$$

ensuite, on formera une troisième hypothèse, dans laquelle en conservant la même distance
parabole que dans la première, on fera varier d'un jour, l'instant du passage par le périhélie,
on le fixant au 4. sept. à 21 heures 14'; on trouvera dans cette hypothèse

$$m'' = -25' 30''; n'' = -44' 18''.$$

au moyen de ces valeurs de m , m' , & n , réduites en secondes, on formera les équations

$$2227.t - 149.u = 697$$

$$-710.u + 2137.s = 339$$

Donc l'on tire

$$f=0,444; u=1,919$$

Comme la variation supposée ci-dessus dans l'instant du passage par le périhélie, est d'un jour, on aura la véritable instant en retranchant du 5. Sept. 21 heures 14' un jour multiplié par 0,444, c'est à dire 10 heures 35' 37". ensuite que le passage par le périhélie a eu lieu, le 5. Septembre, à 10 heures 38' 23", tous moyens à part. parallèlement, la variation supposée dans la distance périhélie, étant 0,012 on la multipliant par 1,919, on aura la véritable variation qui ajoutée à la distance périhélie 1,10434, donne 1,12737, pour la véritable distance périhélie. au moyen de ces données, on trouve

$$\alpha = -4^{\circ} 30' 39''; \quad \omega = 49^{\circ} 27' 44''$$

$$\beta = 118^{\circ} 39' 44''; \quad \theta = 161^{\circ} 6' 19''$$

$$v = 106^{\circ} 2' 46''$$

D'où il est fait de conclure la lon du nœud ascendant dans 4 lignes, $1^{\circ} 8' 44''$. L'inclinaison de l'orbite de $61^{\circ} 13' 20''$. on aura la distance de la comète au nœud dans la dernière observation, on prend l'hypoténuse du triangle rectangle dont α'' , & β'' , sont les cotés, on dans le cas présent, $\beta'' = 39^{\circ} 54' 35''$. D'où l'on tire la distance de la comète au nœud égale à $60^{\circ} 4' 15''$. la distance au périhélie étant de $106^{\circ} 2' 46''$, le périhélie est mesuré avec ^{sur l'orbite} l'orbite, de $45^{\circ} 55' 31''$; on retranche de cette quantité du lieu du nœud ^{sur l'orbite} pour le lieu du périhélie, 2 lignes, $15^{\circ} 13' 13''$; on aura donc pour la véritable élévation de l'orbite de la comète

$$\text{lieu du nœud} \dots \dots 4^{\text{Lignes}} 1^{\circ} 8' 44''$$

$$\text{inclinaison de l'orbite} \dots 61^{\circ} 13' 20''$$

lieu du perihélie 2 lignes $15^{\circ} 13' 13''$

instant du passage par le perihélie le 5. Septembre à 10 heures $38' 23''$ jours
moyen à peu.

la distance perihélie = 1,1737

logarithme de cette distance = 0,0520665.

le log du mouvement est direct.



2

3 Lettres de Laplace à l'abbé Lingre,
son confère à l'académie.

une de ces lettres est datée du 18
9^{bre} 1782.

Laplace appartenait donc déjà
à l'académie, contrairement à
des biographes qui ne l'y font
entrer qu'en 1783. 

Ces lettres contiennent des
formules astronomiques.

Elles sont autographes, une
seule est signée.

l'on du parabolisme... 2 lignes
justant du passage par le parabolisme
moyen a peu.

la distance parabolisme = 1, 1

logarithme de cette distance

le log du mouvement est 0, 0

Monsieur le cher confrère (l'ingrè)

puisque vous voulez bien appliquer à un exemple, ma méthode pour déterminer les orbits, de comètes, il est très naturel que je cherche à vous en faciliter l'usage. Dans l'exemple que vous avez choisi, vous employez cinq observations équidistantes, & vous fixez l'époque à la troisième observation; ce cas étant beaucoup plus simple que le cas général, on peut pousser plus aisément aux deux formules qui expriment l'ascension droite & la déclinaison de la comète après le petit nombre, z , de jours; je vous envoie pour cela les deux formules, jointes dont je vous prie de faire usage de préférence aux formules générales qui se trouvent dans la méthode que je vous ai donnée. Soient $\delta, \delta', \delta'', \delta''', \delta''''$, les cinq ascensions droites observées de la comète; i , le nombre de jours qui séparent chaque observation, & qui, je vous le rappelle bien, dans votre exemple est 13. la formule qui exprimera l'ascension droite de la comète, après le petit nombre, z , de jours comptés depuis l'époque, sera

$$\delta'' + z \cdot \left\{ \frac{\delta'' - \delta'}{2i} + \frac{(\delta - 2\delta' + 2\delta'' - \delta''')}{12 \cdot i} \right\} \\ + z^2 \cdot \left\{ \frac{\delta - 2\delta'' + \delta'}{2i^2} - \frac{(\delta'''' - 4\delta''' + 6\delta'' - 4\delta' + \delta)}{24 \cdot i^2} \right\}$$

pareillement, si l'on nomme $\gamma, \gamma', \gamma'', \gamma''', \gamma''''$ les cinq déclinaisons observées de la comète, son ascension droite après le petit nombre, z , de jours comptés depuis l'époque, sera

$$\gamma'' + z \cdot \left\{ \frac{\gamma'' - \gamma'}{2i} + \frac{(\gamma - 2\gamma' + 2\gamma'' - \gamma''')}{12 \cdot i} \right\} \\ + z^2 \cdot \left\{ \frac{\gamma'' - 2\gamma'' + \gamma'}{2i^2} - \frac{(\gamma'''' - 4\gamma''' + 6\gamma'' - 4\gamma' + \gamma)}{24 \cdot i^2} \right\}.$$

l'on du parabole... 2^{de}
justant du passage par le point
moyen a par.

la distance parabola = 1,
logarithme de cette dist.
le sens du mouvement est.

je n'ai point donné ces formules dans l'extrait que j'ai eu l'honneur de
vous communiquer, pour ne pas le rendre trop long; mais elles se trouvent
dans le manuscrit même. quand vous chercherez à corriger l'orbite, il faudra
employer la première, la moyenne & la dernière de toutes les observations
mais je ne doute point que du premier abord, vous ne trouviez, à l'œil, par
la véritable distance parabola, & le vrai moment du passage de la comète au
point. j'ai retourné de toutes les manières possibles, l'analyse de ces
problèmes, pour parvenir à la solution la plus simple & la plus exacte. &
ce n'est qu'après un grand nombre de combinaisons, que je me suis enfin
arrêtée à celle que je vous ai donnée. je ne suis trop vois, j'en suis sûr, de
l'honneur que vous lui faites, en voulant bien l'insérer dans votre bel
ouvrage. S'il l'honneur d'être aussi toute l'attention & la considération
possibles.

Monsieur & cher Compagnon

Votre très humble & très

obéissant serviteur
Laflace

lieu du pechebe..... 2 lie
justant de passage par le peche
mayou a peu.

la distance perchele = 1
logarithme de cette dista
le log du mouvement est

Q My dear

Nouveau pingre
chacunne regulier de la Congregation
de France

a ¹¹pc. general view

2

M. de Fleury Rue Saintout, près la
Chaussée d'Antin.

ce lundi 18. 9^{bre} 1782

19

M. Delaplace a l'honneur de faire nil confuser a son
Confere Monsieur prugre. l'equation (4) avait ete mal écrite la
telle qu'elle doit etre,

$$y = -x \left\{ h \cdot \tan \theta + \frac{1}{2h} + \frac{a^2}{2h} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \right\} \quad (4)$$

$$+ R \cdot \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{2h} \cdot \cos (A - \alpha) \cdot \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3} \right)$$



M. Delaplace ne doute point qu'en faisant usage, Monsieur prugre
ne trouve a preser la meime valeur ^{de} que par l'equation (2).
Comme elle ne differe que fort peu de l'equation que M. prugre a
deja presentee, il lui sera facile de la verifier, & M. Delaplace lui
sera obligé de sa complaisance, s'il veut bien lui en apporter le
Calcul, merced: prochain a l'Academie.

Confere
Blanc
signa
Blanc
m-m¹¹
m-m¹¹
rue
fait

tion du panchon..... 2 1/2
justant du panchon par le panchon
moyen a poss.

La distance panchon = 1,
logarithme de cette dist.
Le log du mouvement est

Al. 64. 1/2
Chanoine panchon
Chanoine reguler de St. gervais,
+ De l'academie des sciences
A. 17. 1/2 gervais

Monsieur l'abbé de la Chapelle
 de l'Académie des Sciences
 à Paris
 Je vous prie de m'excuser
 de ne vous avoir pas écrit plus tôt
 de la réception de votre lettre
 du 10 courant.

M. Delaplace a l'honneur de faire mit (comptes) sa son (comptes)
 Monsieur prêtre. en examinant avec son la solution du problème
 de Comte, pour le faire imprimer, il s'est aperçu que les deux signa-
 tions qui déterminent t, & u, ont été mal écrites. Les véritables
 sont

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{m - u(n-m)}{m-n} = \frac{n - u(n-n)}{n-n} \\
 u.(m-m') + t.(m-n) &= m \\
 u.(n-n') + t.(n-n) &= n
 \end{aligned}$$

M. Delaplace ne peut trop remercier Monsieur prêtre de la peine
 qu'il veut bien prendre, d'approuver la solution & de l'honneur qu'il lui fait,
 en l'insérant dans son bel ouvrage.



trou du pichet... et
justant du pichet par le pichet
moyen a pichet.

La distance pichetale = 1,

Logarithme de cette dista

Le log du mouvement est

